

2014 年度 ゲーム理論入門 春学期 期末試験問題
(試験時間 60 分, 持ち込み不可)

問題1 以下の2つのゲームについて, プレイヤー1がTをとる確率を p , プレイヤー2がLをとる確率を q としたとき, (p, q) で表される混合戦略 (純粋戦略に対応するものも含む) のナッシュ均衡をすべて記述したものを選択肢の中から選び, 番号をマークしなさい。また, それぞれのゲームで描かれる反応曲線の図としてもっとも適切なものを, 与えられた候補の中から選び, 番号をマークしなさい。いずれに場合も, 選択肢の中に正しい解答がない場合は⑩をマークしなさい。

(A)

1 \ 2	L	R
T	1, 1	2, 0
B	0, 3	1, 2

(ア) ナッシュ均衡

- ① (0, 0) ② (1/2, 1/3) ③ (2/3, 1/3) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1,0), (0, 1)
 ⑦ (0, 1), (1/2, 1/3), (1, 0) ⑧ (0, 0), (1/3, 2/3), (1, 1) ⑨ (1, 0), (2/3, 1/3), (0, 1)

(イ) 反応曲線図

- ① (1) ② (2) ③ (3) ④ (4) ⑤ (5) ⑥ (6) ⑦ (7) ⑧ (8) ⑨ (9)

(B)

1 \ 2	L	R
T	1, 2	3, 3
B	3, 3	1, 2

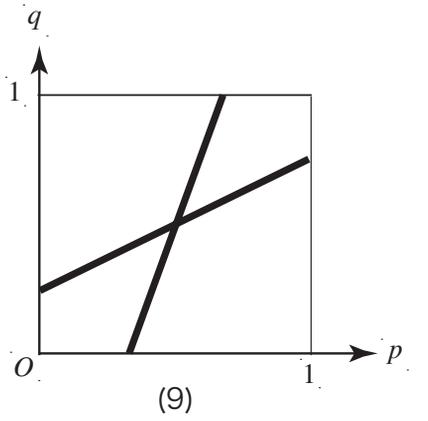
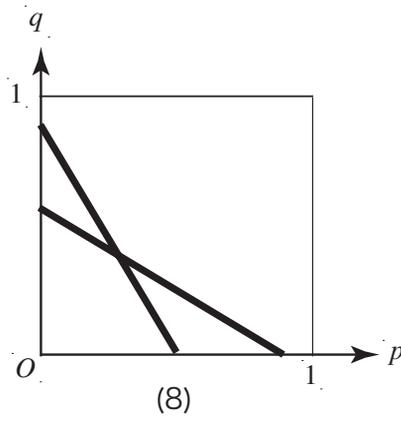
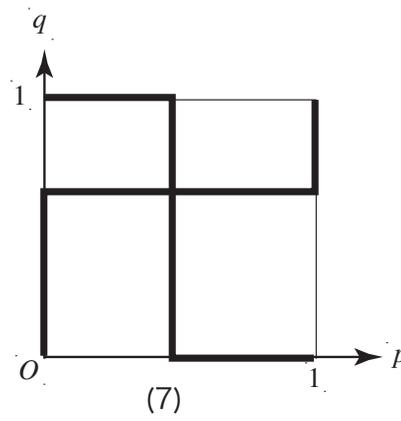
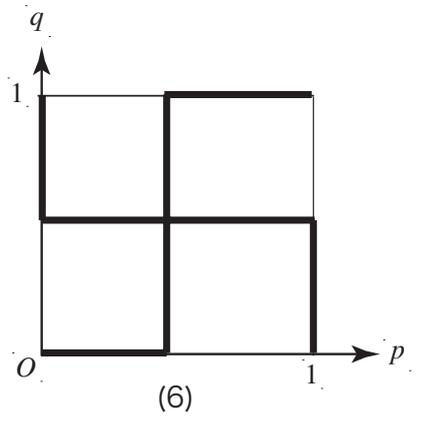
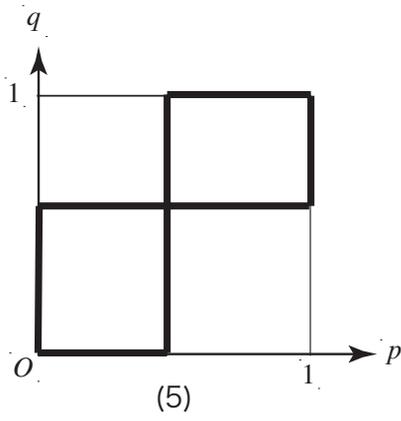
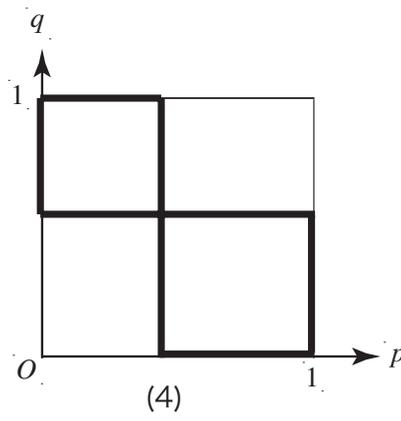
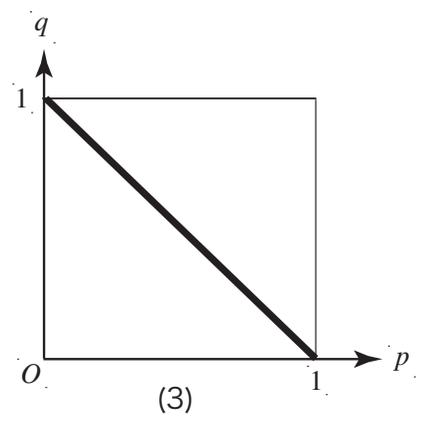
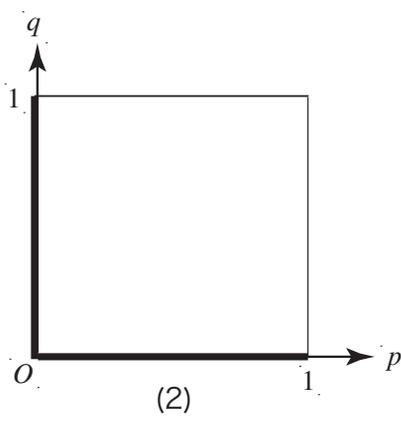
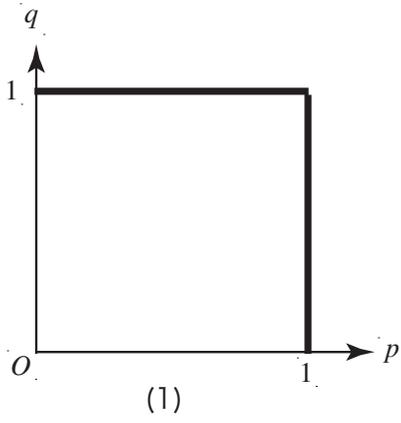
(ウ) ナッシュ均衡

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1,0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

(エ) 反応曲線図

- ① (1) ② (2) ③ (3) ④ (4) ⑤ (5) ⑥ (6) ⑦ (7) ⑧ (8) ⑨ (9)

[反応曲線図の候補]



問題2 (A) から (F) までのゲームツリーで表現されたプレイヤー1, 2, 3による展開型ゲームに関して, 以下の設問に答えなさい (各プレイヤーの利得の記述は省略している).

(ア) 3人のプレイヤーが同時手番で戦略を選ぶゲームはどれか. 選択肢の中から選んで, 番号をマークしなさい. 選択肢の中に正解がない場合には⑦をマークしなさい.

① (A) ② (B) ③ (C) ④ (D) ⑤ (E) ⑥ (F)

(イ) プレイヤー2と3だけが同時手番のゲームはどれか. 選択肢の中から選んで, 番号をマークしなさい. 選択肢の中に正解がない場合には⑦をマークしなさい.

① (A) ② (B) ③ (C) ④ (D) ⑤ (E) ⑥ (F)

(ウ) プレイヤー1と2は同時手番だが, プレイヤー3は彼らの選択を観察した後で戦略を選択するゲームはどれか. 選択肢の中から選んで, 番号をマークしなさい. 選択肢の中に正解がない場合には⑦をマークしなさい.

① (A) ② (B) ③ (C) ④ (D) ⑤ (E) ⑥ (F)

(エ) プレイヤー2はプレイヤー1の選択を観察した後で戦略を選べるが, プレイヤー3はプレイヤー1の選択を観察できないゲームはどれか. 選択肢の中から選んで, 番号をマークしなさい. 選択肢の中に正解がない場合には⑦をマークしなさい.

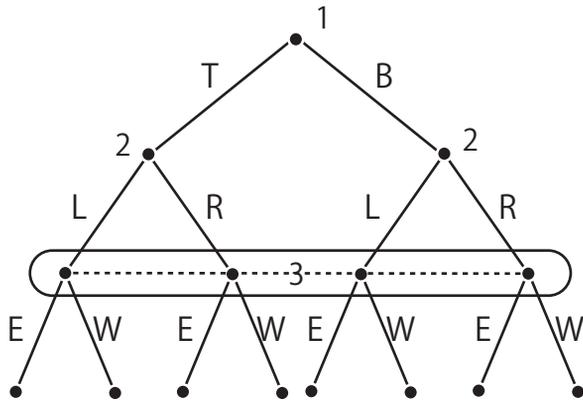
① (A) ② (B) ③ (D) ④ (A)と(B) ⑤ (A)と(D) ⑥ (B)と(D)

(オ) プレイヤー3はプレイヤー1の選択を観察した後で戦略を選べるが, プレイヤー2はプレイヤー1の選択を観察できないゲームはどれか. 選択肢の中から選んで, 番号をマークしなさい. 選択肢の中に正解がない場合には⑦をマークしなさい.

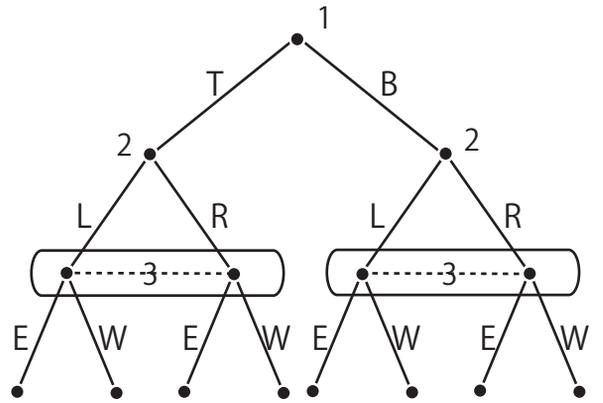
① (C) ② (E) ③ (F) ④ (C)と(E) ⑤ (C)と(F) ⑥ (E)と(F)

[ゲームツリー]

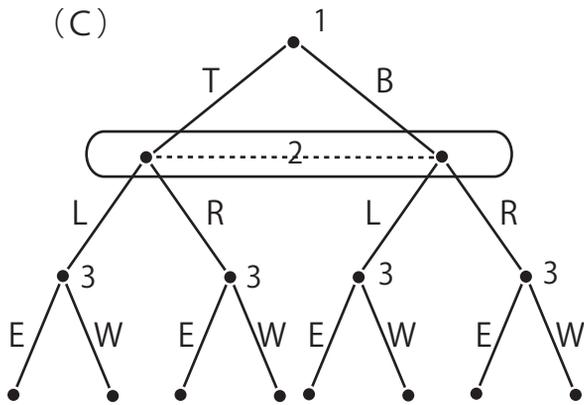
(A)



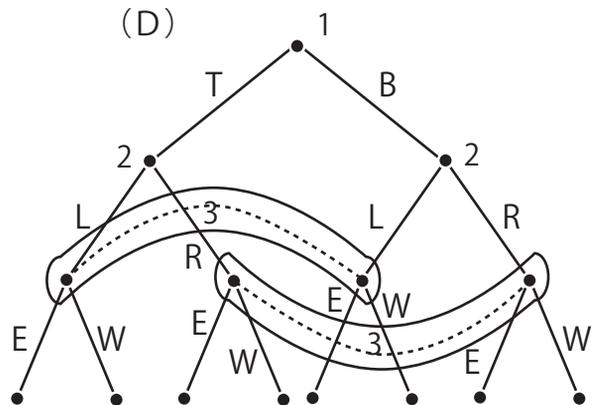
(B)



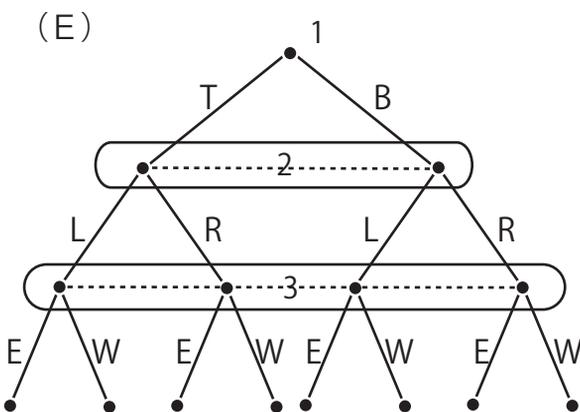
(C)



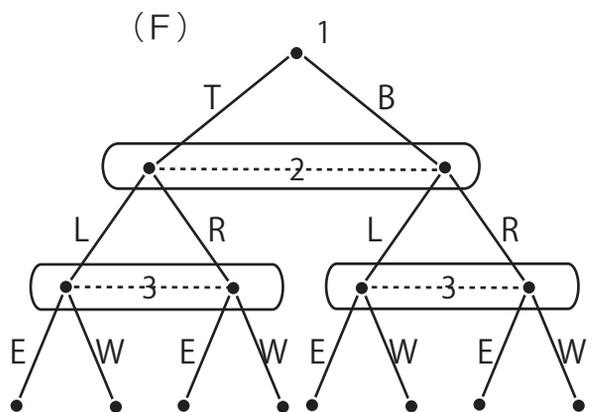
(D)



(E)

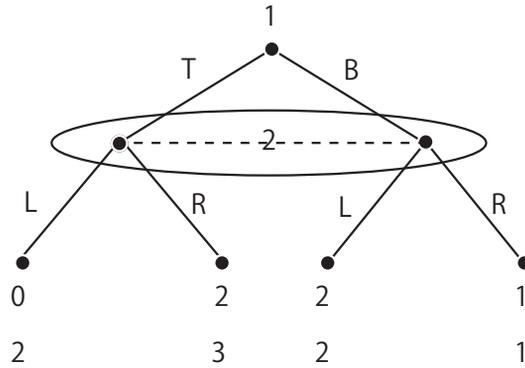


(F)



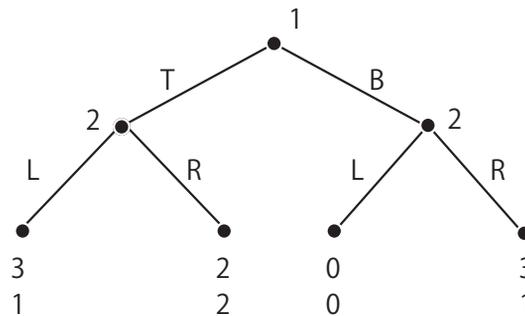
問題3 以下の設問に答えなさい。ただし、最終節に並んだ数字は、上からプレイヤーの番号順に、それぞれの利得を記述している。

(ア) 次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X、行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。



- ① (T, L) ② (T, R) ③ (B, L) ④ (B, R) ⑤ (T, L), (B, R) ⑥ (T, R), (B, L)
 ⑦ (T, LR) ⑧ (T, RL) ⑨ (B, RR)

(イ) 次のゲームの純粋戦略における、部分ゲーム完全なナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X、行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。

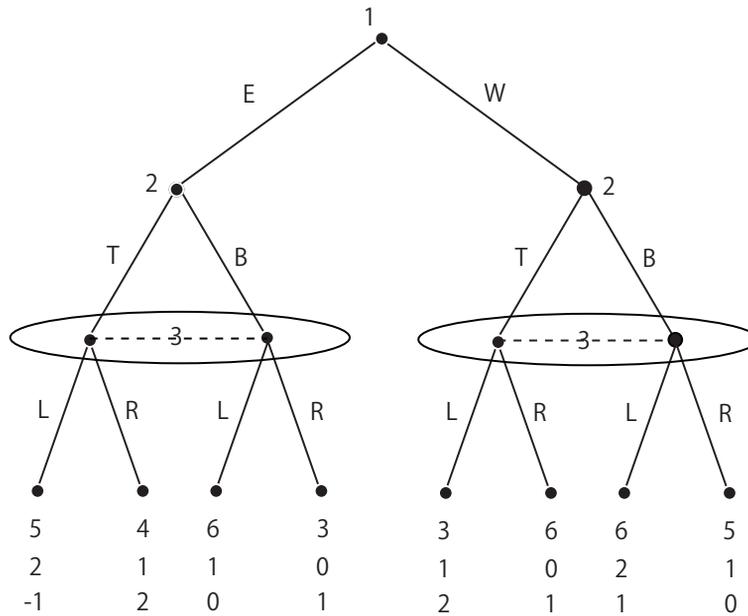


- ① (T, L) ② (B, R) ③ (T, L), (B, R) ④ (T, R), (B, L) ⑤ (T, RL) ⑥ (B, RR)
 ⑦ (T, RL), (T, RR) ⑧ (T, RR), (B, RR) ⑨ (T, RL), (T, RR), (B, RR)

(ウ) (イ) のゲームの純粋戦略における、部分ゲーム完全でないナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X、行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。

- ① (T, L) ② (B, R) ③ (T, L), (B, R) ④ (T, R), (B, L) ⑤ (T, RL) ⑥ (B, RR)
 ⑦ (T, RL), (T, RR) ⑧ (T, RR), (B, RR) ⑨ (T, RL), (T, RR), (B, RR)

(エ) 次のゲームの純粋戦略による、部分ゲーム完全なナッシュ均衡においてプレイヤー2と3がとる戦略の組合せを記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1がEを選んだ後の部分ゲームで行動X、Wを選んだ後の部分ゲームで行動Yをとる戦略を表している。



- ① (TT, LL) ② (TT, LR) ③ (TT, RL) ④ (TT, RR) ⑤ (TB, LL) ⑥ (TB, RL)
 ⑦ (TB, RR) ⑧ (BT, LR) ⑨ (BB, RL)

(オ) (エ) のゲームの純粋戦略による、部分ゲーム完全でないナッシュ均衡においてプレイヤー2と3がとる戦略の組合せを記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYは左側の情報集合で行動X、右側の情報集合で行動Yをとる戦略を表している。

- ① (TT, LL) ② (TT, LR) ③ (TT, RL) ④ (TT, RR) ⑤ (TB, LL) ⑥ (TB, RL)
 ⑦ (TB, RR) ⑧ (BT, LR) ⑨ (BB, RL)

問題4 企業1と企業2は同質的な製品を生産し市場で販売している。企業1の生産量を q_1 、企業2の生産量を q_2 とする。市場需要関数は、需要量を Q 単位、価格を P 万円としたとき、

$$Q = A - P$$

で与えられている。各企業はそれぞれ生産量1単位あたりに c 万円の費用を要する（固定費用はないものとする）。 A および c は正の定数で、 $A > c$ を満たしている。各企業は同時手番で、それぞれの利潤を最大にするよう生産量を選択する。以下の設問に答えなさい。

【1】このゲームが1回だけプレイされるとする。

(ア) 企業1の生産量が q_1 と予想されるとき、企業2の反応関数（最適応答関数）として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

① $\frac{1}{2}(A - c + q_1)$ ② $\frac{1}{2}(A - c - q_1)$ ③ $\frac{1}{3}(A - c + q_1)$ ④ $\frac{1}{3}(A - c - q_1)$

⑤ $A - c - q_1$ ⑥ $A - c + q_1$ ⑦ $\frac{2}{3}(A - c - q_1)$ ⑧ $\frac{2}{3}(A - c + q_1)$

(イ) ナッシュ均衡で各社が選択する生産量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

① $\frac{A - c}{8}$ ② $\frac{A - c}{4}$ ③ $\frac{A - c}{3}$ ④ $\frac{3(A - c)}{8}$ ⑤ $\frac{A - c}{2}$

⑥ $\frac{2(A - c)}{3}$ ⑦ $\frac{2(A - c)}{3}$ ⑧ $A - c$

(ウ) ナッシュ均衡で各社が獲得する利潤として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

① $\frac{(A - c)^2}{9}$ ② $\frac{(A - c)^2}{8}$ ③ $\frac{9(A - c)^2}{64}$ ④ $\frac{(A - c)^2}{7}$ ⑤ $\frac{(A - c)^2}{6}$

⑥ $\frac{(A - c)^2}{5}$ ⑦ $\frac{(A - c)^2}{4}$ ⑧ $\frac{(A - c)^2}{3}$

(エ) 同時手番ではなく、最初に企業1が q_1 を決め、それを見た後で企業2が q_2 を決めるとしよう。部分ゲーム完全なナッシュ均衡で企業1が選択する生産量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

① $\frac{A - c}{8}$ ② $\frac{A - c}{4}$ ③ $\frac{A - c}{3}$ ④ $\frac{3(A - c)}{8}$ ⑤ $\frac{A - c}{2}$

⑥ $\frac{2(A - c)}{3}$ ⑦ $\frac{2(A - c)}{3}$ ⑧ $A - c$

(オ) (エ) の部分ゲーム完全なナッシュ均衡において企業 2 が選択する生産量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\frac{A-c}{8}$ ② $\frac{A-c}{4}$ ③ $\frac{A-c}{3}$ ④ $\frac{3(A-c)}{8}$ ⑤ $\frac{A-c}{2}$
 ⑥ $\frac{2(A-c)}{3}$ ⑦ $\frac{2(A-c)}{3}$ ⑧ $A-c$

(カ) 2社が共通の生産量を生産し互いの利潤を最大にするよう協力することに合意できるとすれば、1社あたりどれだけの生産を行うことになるか。選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\frac{A-c}{8}$ ② $\frac{A-c}{4}$ ③ $\frac{A-c}{3}$ ④ $\frac{3(A-c)}{8}$ ⑤ $\frac{A-c}{2}$
 ⑥ $\frac{2(A-c)}{3}$ ⑦ $\frac{2(A-c)}{3}$ ⑧ $A-c$

(キ) (カ) のように生産量の調整を行って利潤を最大化できるときに、各社が獲得できる利潤はどれだけか。選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\frac{(A-c)^2}{9}$ ② $\frac{(A-c)^2}{8}$ ③ $\frac{9(A-c)^2}{64}$ ④ $\frac{(A-c)^2}{7}$ ⑤ $\frac{(A-c)^2}{6}$
 ⑥ $\frac{(A-c)^2}{5}$ ⑦ $\frac{(A-c)^2}{4}$ ⑧ $\frac{(A-c)^2}{3}$

【2】上記の同時手番ゲームが無限回繰り返され、毎回の段階ゲームの結果は次の段階ゲームが始まる前に、各企業に観察されるものとする。各企業は共通の割引因子 δ (ただし $0 < \delta < 1$) を用いて各段階ゲームでの利得を評価し、その割引現在価値を最大にするよう戦略を選ぶ。

今、設問 (カ) の生産量を q^M と表記する。各企業がトリガー戦略 (これを戦略 X と呼ぶ) を用いることによって、ナッシュ均衡の均衡経路上で互いに q^M を選択し続けていくことができるかどうか検討しよう。戦略 X では、ゲームの歴史に依存させて、次のようにとるべき行動が指定される。

- 第 1 回目の段階ゲームおよび過去に互いに q^M を設定し続けてきて迎えた段階ゲームでは、 q^M を選択する。
- 上記以外の段階ゲームでは、 q^* を選択する。ただし q^* は設問 (イ) の生産量を表している。

企業 2 が戦略 X をとると予想されるとき、企業 1 が 1 回目の段階ゲームで戦略 X から逸脱するとすれば、(ク) 単位生産するのが短期的な逸脱の利益を最大にする。この逸脱が企業 1 にもたらす短期的な利潤の増加分は (ケ) 万円である。しかし、2 回目の段階ゲームからは 1 回目での逸脱が判明するため、戦略 X にしたがって企業 2 の行動が変化する。その結果、2 回目以降の段階ゲームにおいて企業 1 の利潤は 1 回目の段階ゲームにおける逸脱のために毎回 (コ) 万円減少する。これを割引因子 δ で割り引いて求まる長期的損失と、第 1 回目で得られた短期的利益を比較すれば、両企業が戦略 X から逸脱するインセンティブがないための必要十分条件を求められる。それは各企業が (サ) 以上の割引因子を持つことである。

(ク) 文中の空欄 (ク) を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\frac{A-c}{8}$ ② $\frac{A-c}{4}$ ③ $\frac{A-c}{3}$ ④ $\frac{3(A-c)}{8}$ ⑤ $\frac{A-c}{2}$
⑥ $\frac{2(A-c)}{3}$ ⑦ $\frac{2(A-c)}{3}$ ⑧ $A-c$

(ケ) 文中の空欄 (ケ) を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\frac{(A-c)^2}{72}$ ② $\frac{(A-c)^2}{64}$ ③ $\frac{(A-c)^2}{36}$ ④ $\frac{(A-c)^2}{32}$ ⑤ $\frac{(A-c)^2}{18}$
⑥ $\frac{(A-c)^2}{16}$ ⑦ $\frac{9(A-c)^2}{64}$ ⑧ $\frac{(A-c)^2}{8}$

(コ) 文中の空欄 (コ) を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\frac{(A-c)^2}{72}$ ② $\frac{(A-c)^2}{64}$ ③ $\frac{(A-c)^2}{36}$ ④ $\frac{(A-c)^2}{32}$ ⑤ $\frac{(A-c)^2}{18}$
⑥ $\frac{(A-c)^2}{16}$ ⑦ $\frac{9(A-c)^2}{64}$ ⑧ $\frac{(A-c)^2}{8}$

(サ) 文中の空欄 (サ) を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① 1/17 ② 2/17 ③ 3/17 ④ 5/17 ⑤ 7/17 ⑥ 9/17 ⑦ 11/17 ⑧ 13/17

問題5 以下の(ア)から(オ)までの各文章群について、(1)だけが正しいと考えるならば①、(2)だけが正しいと考えるならば②、すべて正しいと考えるならば③をマークしなさい。また、すべて間違っていると考えるならば④をマークしなさい。

文章群(ア)

- (1) 展開型ゲームは、プレイヤーの集合、各プレイヤーの戦略の集合、各プレイヤーの利得関数の組合せによって表現される。
- (2) 標準型によるゲームの表現では、逐次手番のゲームでも、戦略の記述の仕方を工夫するだけで同時手番のゲームと同じように扱える。

文章群(イ)

- (1) 協調ゲームでは、ナッシュ均衡になる戦略の組はパレート効率的である。
- (2) タカハト・ゲームのナッシュ均衡では、協力することによって互いの利得を増加させる余地が残っている。

文章群(ウ)

- (1) 「男女の争い」ゲームには、純粋戦略のナッシュ均衡が2つある。
- (2) 「男女の争い」ゲームを逐次手番に変更し、どちらかのプレイヤーが先に行動を決め、その選択を見た後で別のプレイヤーが行動を決めるとすれば、純粋戦略のナッシュ均衡は1つだけになる。

文章群(エ)

- (1) 2人のプレイヤーがそれぞれ「協力(C)」と「裏切り(D)」を同時手番で選択する「囚人のジレンマ」ゲームを3回繰り返したとき、どのようなナッシュ均衡でも、均衡経路上では各プレイヤーは互いに「裏切り(D)」しかとらない。
- (2) 2人のプレイヤーがそれぞれ「協力(C)」と「裏切り(D)」を同時手番で選択する「囚人のジレンマ」ゲームを3回繰り返したとき、部分ゲーム完全なナッシュ均衡では、各プレイヤーはゲームの歴史に関わらず「裏切り(D)」しかとらない。

文章群(オ)

- (1) 「ペナルティキック」ゲームにおいてキーパーが右側しか守らない戦略をとったとしても、キッカーがナッシュ均衡の戦略を選んでいる限り、キーパーの期待利得は変わらない。
- (2) 危険回避的な個人の場合、くじの期待利得の方がくじの確実同値額よりも小さいが、危険愛好的な個人の場合には、確実同値額の方が小さい。