2013 年度　ゲーム理論入門　春学期　期末試験問題

（試験時間　60 分，持ち込み不可）

問題１　以下の（ア）から（オ）までの各文章群について，(1) だけが正しいと考えるならば①，(2) だけが正しいと考えるならば②，すべて正しいと考えるならば③ をマークしなさい．また，すべて間違っていると考えるならば④ をマークしなさい．

文章群（ア）

(1) 「後出しが許されたジャンケン」のようなゲームは，標準型ゲームとして，ゲームの木を使って表現すると，手番の時間的推移が明確になり，理解しやすい．

(2) ゲームの木を使ってゲームを表現するとき，同じ情報集合に含まれる意思決定節からは必ず同じ数だけの枝が出ていなければならない．

文章群（イ）

(1) 「男女の争い」ゲームでは，各プレイヤーには支配戦略が１つもない．

(2) 協調の失敗とは,「タカハト」ゲームにおけるように，相互に利益をもたらす戦略の組がナッシュ均衡として実現されないことをいう．

文章群（ウ）

(1) すべての情報集合に意思決定節が１つしか含まれていない情報構造のゲームを，完全情報ゲームという．

(2) 「囚人のジレンマ」ゲームを逐次手番に変更し，どちらかのプレイヤーが先に行動を決め，その選択を見た後で別のプレイヤーが行動を決めるとすれば，ジレンマを解消できる．

文章群（エ）

(1) ナッシュ均衡はすべてのプレイヤーが単独で戦略を変更するインセンティブを持たないことを保証するだけであり，複数のプレイヤーが協力して戦略を変更すれば互いに利得を改善できる余地が残されている．

(2) ナッシュ均衡の中にはプレイヤーの空脅しによって成立すると解釈できるものが含まれるのは，戦略の組合せが均衡経路外についても互いに最適反応であることを要求するからである．

文章群（オ）

(1) 「ペナルティキック」ゲームには，純粋戦略のナッシュ均衡は存在しない．

(2) 混合戦略のナッシュ均衡において，あるプレイヤーが行動 A と行動 B をランダムに選択するとき，行動 B を選択する確率をゼロにすると，そのプレイヤーの期待利得は減少する．

問題２　以下の（A）から（E）までのゲームについて，プレイヤー１がＴをとる確率を p，プレイヤー２がＬをとる確率を q としたとき，(p, q) で表される混合戦略（純粋戦略に対応するものも含む）のナッシュ均衡をすべて記述したものを選択肢の中から選び，番号をマークしなさい。また，それぞれのゲームで描かれる反応曲線の図としてもっとも適切なものを，与えられた候補の中から選び，番号をマークしなさい．いずれに場合も，選択肢の中に正しい解答がない場合は⓪をマークしなさい．

(A)

1＼2	L	R
T	1，0	1，2
B	3，3	0，2

（ア）ナッシュ均衡

① (0, 0)　② (1/2, 1/3)　③ (2/3, 1/3)　④ (1, 1)　⑤ (0, 0)，(1, 1)　⑥ (1,0)，(0, 1)
⑦ (0, 1)，(1/2, 1/3)，(1, 0)　⑧ (0, 0)，(1/3, 2/3)，(1, 1)　⑨ (1, 0)，(2/3, 1/3)，(0, 1)

（イ）反応曲線図

① (1)　② (2)　③ (3)　④ (4)　⑤ (5)　⑥ (6)　⑦ (7)　⑧ (8)　⑨ (9)

(B)

1＼2	L	R
T	-1，-1	0，0
B	0，0	1，1

（ウ）ナッシュ均衡

① (0, 0)　② (1/4, 1/4)　③ (1/2, 1/2)　④ (1, 1)　⑤ (0, 0)，(1, 1)　⑥ (1,0)，(0, 1)
⑦ (0, 0)，(1/4, 1/4)，(1, 1)　⑧ (0, 0)，(1/2, 1/2)，(1, 1)　⑨ (1, 0)，(1/2, 1/2)，(0, 1)

（エ）反応曲線図

① (1)　② (2)　③ (3)　④ (4)　⑤ (5)　⑥ (6)　⑦ (7)　⑧ (8)　⑨ (9)

(C)

1＼2	L	R
T	0, 3	3, 1
B	1, 0	1, 1

（オ）ナッシュ均衡

① (0, 0)　② (1/3, 2/3)　③ (1/4, 1/2)　④ (1, 1)　⑤ (0, 0), (1, 1)　⑥ (1,0), (0, 1)
⑦ (0, 0), (1/4, 1/2), (1, 1)　⑧ (0, 0), (1/3, 2/3), (1, 1)　⑨ (1, 0), (1/4, 1/2), (0, 1)

（カ）反応曲線図

① (1)　② (2)　③ (3)　④ (4)　⑤ (5)　⑥ (6)　⑦ (7)　⑧ (8)　⑨ (9)

(D)

1＼2	L	R
T	2, 1	0, 2
B	1, 1	2, 0

（キ）ナッシュ均衡

① (0, 0)　② (1/2, 2/3)　③ (3/4, 2/3)　④ (1, 1)　⑤ (0, 0), (1, 1)　⑥ (1,0), (0, 1)
⑦ (0, 0), (2/3, 3/4), (1, 1)　⑧ (0, 0), (1/2, 2/3), (1, 1)　⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

（ク）反応曲線図

① (1)　② (2)　③ (3)　④ (4)　⑤ (5)　⑥ (6)　⑦ (7)　⑧ (8)　⑨ (9)

(E)

1＼2	L	R
T	3, 3	1, 0
B	0, 1	2, 2

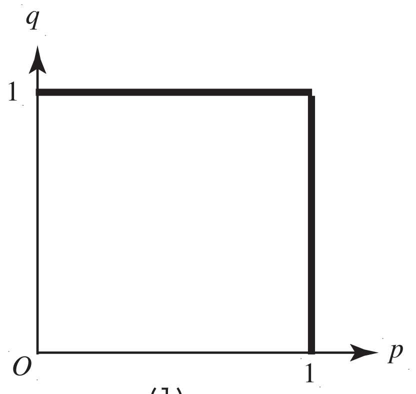
（ケ）ナッシュ均衡

① (0, 0)　② (1/4, 1/4)　③ (1/2, 1/2)　④ (1, 1)　⑤ (0, 0), (1, 1)　⑥ (1,0), (0, 1)
⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1)　⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1)　⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

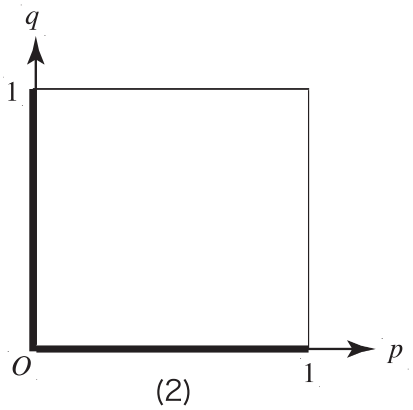
（コ）反応曲線図

① (1)　② (2)　③ (3)　④ (4)　⑤ (5)　⑥ (6)　⑦ (7)　⑧ (8)　⑨ (9)

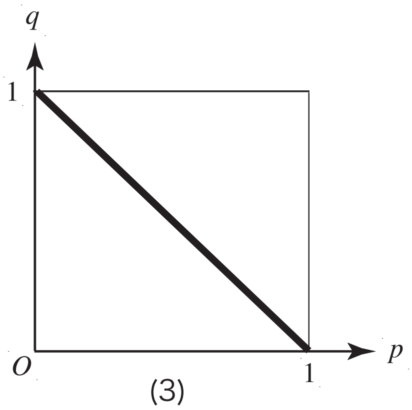
[反応曲線図の候補]



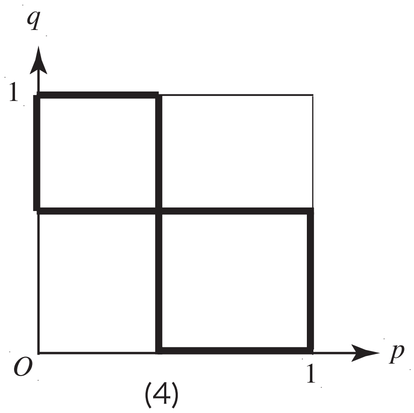
(1)



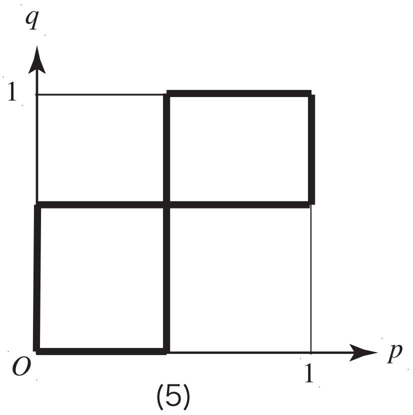
(2)



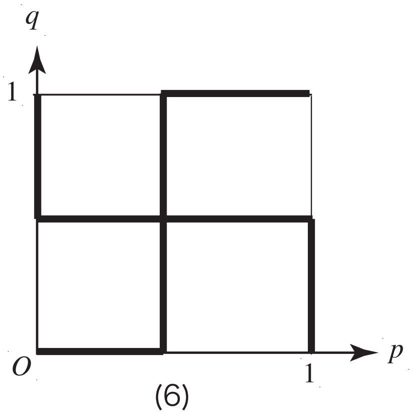
(3)



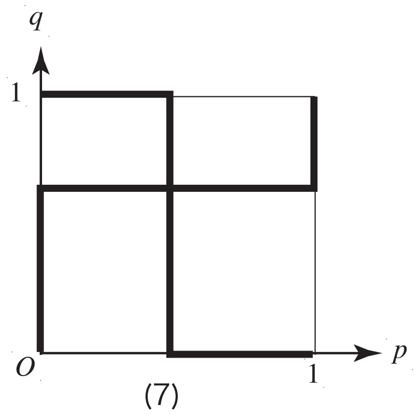
(4)



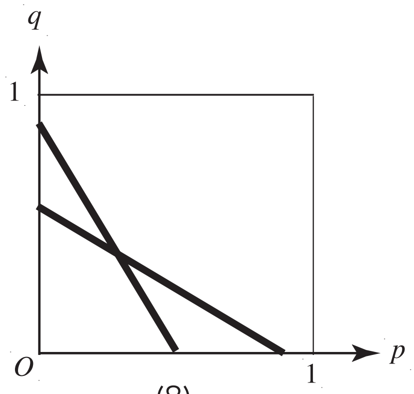
(5)



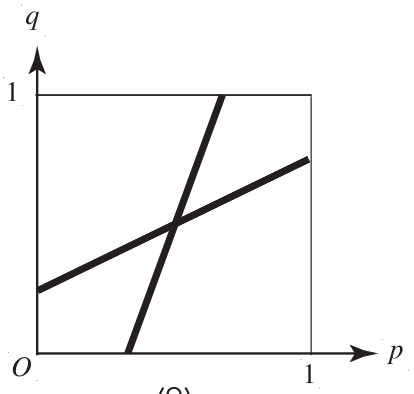
(6)



(7)



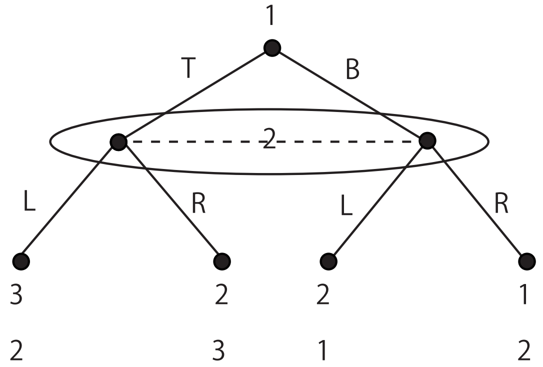
(8)



(9)

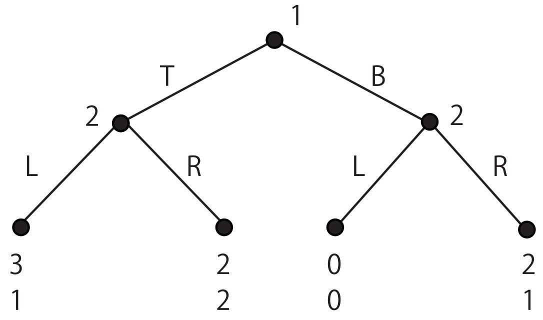
問題３　以下の設問に答えなさい．ただし，最終節に並んだ数字は，上からプレイヤーの番号順に，それぞれの利得を記述している．

（ア）次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい．選択肢の中に正解がない場合には⓪をマークしなさい．ただし，XY はプレイヤー１が行動 T をとったときに行動 X，行動 B をとったときに行動 Y をとる戦略を表している．



① (T, L)　② (T, R)　③ (B, L)　④ (B, R)　⑤ (T, L)，(B, R)　⑥ (T, R)，(B, L)
⑦ (T, LR)　⑧ (T, RL)　⑨ (B, RR)

（イ）次のゲームの純粋戦略における，部分ゲーム完全なナッシュ均衡をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい．選択肢の中に正解がない場合には⓪をマークしなさい．ただし，XY はプレイヤー１が行動 T をとったときに行動 X，行動 B をとったときに行動 Y をとる戦略を表している．

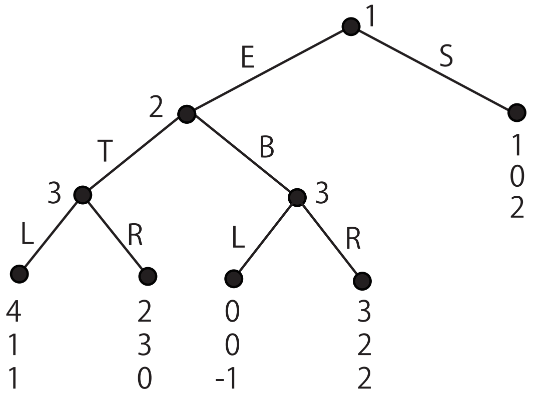


① (T, L)　② (B, R)　③ (T, L)，(B, R)　④ (T, R)，(B, L)　⑤ (T, RL)　⑥ (B, RR)
⑦ (T, RL)，(T, RR)　⑧ (T, RR)，(B, RR)　⑨ (T, RL)，(T, RR)，(B, RR)

（ウ）（イ）のゲームの純粋戦略における，部分ゲーム完全でないナッシュ均衡をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい．選択肢の中に正解がない場合には⓪をマークしなさい．ただし，XY はプレイヤー１が行動 T をとったときに行動 X，行動 B をとったときに行動 Y をとる戦略を表している．

① (T, L)　② (B, R)　③ (T, L)，(B, R)　④ (T, R)，(B, L)　⑤ (T, RL)　⑥ (B, RR)
⑦ (T, RL)，(T, RR)　⑧ (T, RR)，(B, RR)　⑨ (T, RL)，(T, RR)，(B, RR)

（エ）次のゲームの純粋戦略における，部分ゲーム完全なナッシュ均衡においてプレイヤー 3 がとる戦略をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい．選択肢の中に正解がない場合には⓪をマークしなさい．ただし，XY はプレイヤー 2 が行動 T をとったときに行動 X，行動 B をとったときに行動 Y をとる戦略を表している．



① LL　② LR　③ RL　④ RR　⑤ LL, LR　⑥ LL, RL
⑦ LL, RL, RR　⑧ LL, LR, RL　⑨ LL, LR, RL, RR

（オ）（エ）のゲームの純粋戦略における，部分ゲーム完全でないナッシュ均衡においてプレイヤー 3 がとる戦略をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい．選択肢の中に正解がない場合には⓪をマークしなさい．ただし，XY はプレイヤー 2 が行動 T をとったときに行動 X，行動 B をとったときに行動 Y をとる戦略を表してい

① LL　② LR　③ RL　④ RR　⑤ LL, LR　⑥ LL, RL
⑦ LL, RL, RR　⑧ LL, LR, RL　⑨ LL, LR, RL, RR

問題 4　企業 1 と企業 2 は，全く同じではないが代替的な製品を生産し，市場で販売している．企業 i が設定した製品価格を p_i 万円（$i = 1, 2$）としたとき，企業 1 の製品に対する需要量 D_1 は

$$D_1 = A - p_1 + p_2$$

と表せる（A は正の定数）．同様に，企業 2 の製品に対する需要量 D_2 は，

$$D_2 = A - p_2 + p_1$$

である．また，各企業はそれぞれの製品の生産 1 単位あたりに c 万円の費用がかかる（ただし，$A > c$ とする）．各企業は同時手番で，それぞれの利潤を最大にするよう自社製品の価格を設定する．

【１】このゲームが１回だけプレイされるとする．

（ア）企業２の製品価格が p_2 と予想されるとき，企業１の反応関数（最適応答関数）として正しいのは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① $\frac{1}{2}(A+c+p_2)$　② $\frac{1}{2}(A+c-p_2)$　③ $\frac{1}{3}(A+c+p_2)$　④ $\frac{1}{3}(A+c-p_2)$

⑤ $A+c-p_2$　⑥ $A+c+p_2$　⑦ $\frac{2}{3}(A+c-p_2)$　⑧ $\frac{2}{3}(A+c-p_2)$

（イ）ナッシュ均衡で各社が設定する製品価格として正しいのは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① A　② $2A$　③ $A+c$　④ $A-c$　⑤ A^2

⑥ $(A-c)^2$　⑦ $\frac{1}{2}(A-c)$　⑧ $\frac{1}{2}(A-c)^2$

（ウ）ナッシュ均衡で各社が獲得する利潤として正しいのは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① A　② $2A$　③ $A+c$　④ $A-c$　⑤ A^2

⑥ $(A-c)^2$　⑦ $\frac{1}{2}(A-c)$　⑧ $\frac{1}{2}(A-c)^2$

（エ）同時手番ではなく，企業１がプライスリーダーであり，最初に企業１が p_1 を決め，それを見た後で企業２が p_2 を決めるとしよう．部分ゲーム完全なナッシュ均衡でプレイヤー１が設定する製品価格として正しいのは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① $\frac{1}{2}(A+c)$　② $\frac{1}{2}(2A+c)$　③ $\frac{1}{2}(3A+c)$　④ $\frac{1}{2}(3A+2c)$

⑤ $A+c$　⑥ $2A+c$　⑦ $\frac{1}{4}(5A+2c)$　⑧ $\frac{1}{4}(5A+4c)$

（オ）（エ）の部分ゲーム完全なナッシュ均衡において企業２が設定する製品価格として正しいのは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① $\frac{1}{2}(A+c)$　② $\frac{1}{2}(2A+c)$　③ $\frac{1}{2}(3A+c)$　④ $\frac{1}{2}(3A+2c)$

⑤ $A+c$　⑥ $2A+c$　⑦ $\frac{1}{4}(5A+2c)$　⑧ $\frac{1}{4}(5A+4c)$

【２】上記の同時手番ゲームが無限回繰り返され，毎回の段階ゲームの結果は次の段階ゲームが始まる前に，各企業に観察されるものとする．各企業は共通の割引因子 δ（ただし $0<\delta<1$）を用いて各段階ゲームでの利得を評価し，その割引現在価値を最大にするよう戦略を選ぶ．

各企業はトリガー戦略（これを戦略Ｘと呼ぶ）を用いることによって，均衡経路上では毎回必ず $p^*=2A+c$ という製品価格を実現させようとしている．戦略Ｘでは，ゲームの歴史に依存させて，次のようにとるべき行動が指定されている．

- 第1回目の段階ゲームおよび過去に互いに p^* を設定し続けてきて迎えた段階ゲームでは，価格を p^* に設定する．
- 上記以外の段階ゲームでは,（ イ ）で求めた価格を設定する．

今，企業2が戦略Xをとると予想されるとき，企業1が1回目の段階ゲームで戦略Xから逸脱するとすれば，p_1 を（ カ ）万円に設定するのが短期的な逸脱の利益を最大にするという意味で最適である．逸脱によって獲得できる利潤の増加分は（ キ ）万円である．しかし，2回目の段階ゲームからは1回目での逸脱が判明するため，戦略Xにしたがって企業2の行動が変化する．その結果,2回目以降の毎回の段階ゲームで企業1の獲得する利潤が，逸脱によって少なくとも（ ク ）万円減少することは避けられない．その結果，逸脱はいくら少なく見積もっても，現在価値でみて（ ク ）×（ ケ ）万円だけの長期的な損失を発生させる．したがって，互いに戦略Xから逸脱するインセンティブがないための必要十分条件は，各企業が（ コ ）以上の割引因子を持つことである．

（カ）文中の空欄（ カ ）を埋めるのに適したものは次のどれか．番号をマークしなさい．

① $\frac{1}{2}(A+c)$　② $\frac{1}{2}(2A+c)$　③ $\frac{1}{2}(3A+c)$　④ $\frac{1}{2}(3A+2c)$

⑤ $A+c$　⑥ $2A+c$　⑦ $\frac{1}{4}(5A+2c)$　⑧ $\frac{1}{4}(5A+4c)$

（キ）文中の空欄（ キ ）を埋めるのに適したものは次のどれか．番号をマークしなさい．

① A　② $2A$　③ A^2　④ $A^2/2$　⑤ $A^2/4$

⑥ $(A-c)^2$　⑦ $(A-c)^2/2$　⑧ $(A-c)^2/4$

（ク）文中の空欄（ ク ）を埋めるのに適したものは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① A　② $2A$　③ A^2　④ $A^2/2$　⑤ $A^2/4$

⑥ $(A-c)^2$　⑦ $(A-c)^2/2$　⑧ $(A-c)^2/4$

（ケ）文中の空欄（ ケ ）を埋めるのに適したものは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① $\delta/(1-\delta)$　② $2\delta/(1-\delta)$　③ $3\delta/(1-\delta)$　④ $5\delta/(1-\delta)$
⑤ $1/(1-\delta)$　⑥ $2/(1-\delta)$　⑦ $3\delta/(1+\delta)$　⑧ $5\delta/(1+\delta)$

（コ）文中の空欄（ コ ）を埋めるのに適したものは次のどれか．番号をマークしなさい．選択肢に正解がない場合は⓪をマークしなさい．

① 1/2　② 1/3　③ 2/3　④ 1/5　⑤ 2/5　⑥ 3/5　⑦ 1/7　⑧ 3/7