

2012 年度 ゲーム理論入門 春学期 期末試験問題
(試験時間 60 分, 持ち込み不可)

問題1 以下の (ア) から (コ) までの各文章群について, (1) だけが正しいと考えるならば①, (2) だけが正しいと考えるならば②, すべて正しいと考えるならば③をマークしなさい. また, すべて間違っていると考えるならば④をマークしなさい.

文章群 (ア)

- (1) プレイヤーの集合, 各プレイヤーの戦略集合, 各プレイヤーの利得関数の組合せによって表
現されるゲームを, 展開型ゲームという.
- (2) 展開型ゲームでは, 各プレイヤーは, 同じ情報集合に含まれる意思決定節において, 必ず同
じ行動しかとることができない.

文章群 (イ)

- (1) 「男女の争い」ゲームには, 純粋戦略のナッシュ均衡しか存在しない.
- (2) 協調の失敗とは, 「囚人のジレンマ」ゲームにおけるように, 相互に利益をもたらす戦略の組
がナッシュ均衡として実現されないことをいう.

文章群 (ウ)

- (1) ゲームのナッシュ均衡では, 各プレイヤーが戦略を選ぶ際に相手の戦略について形成した予
想が, 結果的には外れることもありうる.
- (2) 「囚人のジレンマ」ゲームでは, 各プレイヤーは, 相手の戦略について何の予想をしなく
ても, 自分の最適戦略を決めることができる..

文章群 (エ)

- (1) 部分ゲーム完全なナッシュ均衡が存在するならば, そのとき必ずナッシュ均衡も存在する.
- (2) ナッシュ均衡のなかには, プレイヤーの空脅しによって成立すると解釈できるものが含ま
れる可能性がある.

文章群 (オ)

- (1) ナッシュ均衡では, 各プレイヤーは均衡経路上にある情報集合においてのみ, 最適反応にな
る行動をとりあてればよい.
- (2) 「囚人のジレンマ」ゲームを有限回繰り返すゲームのナッシュ均衡では, 段階ゲームでナッ
シュ均衡になる行動の組が毎回繰り返される以外の結果はありえない.

問題2 以下の (A) から (E) までのゲームについて、プレイヤー 1 が戦略 T をとる確率を p 、プレイヤー 2 が L をとる確率を q としたとき、 (p, q) で表される混合戦略（純粋戦略に対応するものも含む）のナッシュ均衡をすべて記述したものを選択肢の中から選び、番号をマークしなさい。また、それぞれのゲームで描かれる反応曲線の図としてもっとも適切なものを、与えられた候補の中から選び、番号をマークしなさい。いずれに場合も、選択肢の中に正しい解答がない場合は⑩をマークしなさい。

(A)

1 \ 2	L	R
T	2, 2	1, 0
B	0, 1	3, 3

(ア) ナッシュ均衡

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1, 0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

(イ) 反応曲線図

- ① (1) ② (2) ③ (3) ④ (4) ⑤ (5) ⑥ (6) ⑦ (7) ⑧ (8) ⑨ (9)

(B)

1 \ 2	L	R
T	3, 3	0, 5
B	5, 0	1, 1

(ウ) ナッシュ均衡

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1, 0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

(エ) 反応曲線図

- ① (1) ② (2) ③ (3) ④ (4) ⑤ (5) ⑥ (6) ⑦ (7) ⑧ (8) ⑨ (9)

(C)

$1 \setminus 2$	L	R
T	3, 2	0, 1
B	2, 0	2, 3

(オ) ナッシュ均衡

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1, 0), (0, 1)
⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

(カ) 反応曲線図

- ① (1) ② (2) ③ (3) ④ (4) ⑤ (5) ⑥ (6) ⑦ (7) ⑧ (8) ⑨ (9)

(D)

$1 \setminus 2$	L	R
T	1, 0	1, 1
B	3, 3	0, 1

(キ) ナッシュ均衡

- ① (0, 0) ② (1/3, 2/3) ③ (2/3, 1/3) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1, 0), (0, 1)
⑦ (0, 1), (1/3, 2/3), (1, 0) ⑧ (0, 0), (1/3, 2/3), (1, 1) ⑨ (1, 0), (2/3, 1/3), (0, 1)

(ク) 反応曲線図

- ① (1) ② (2) ③ (3) ④ (4) ⑤ (5) ⑥ (6) ⑦ (7) ⑧ (8) ⑨ (9)

(E)

$1 \setminus 2$	L	R
T	0, 3	3, 1
B	1, 0	1, 1

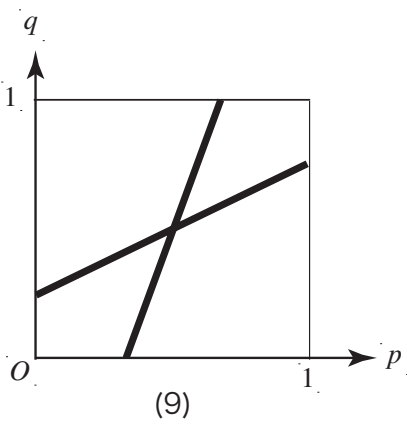
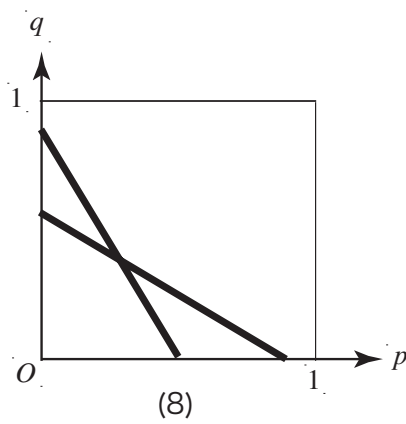
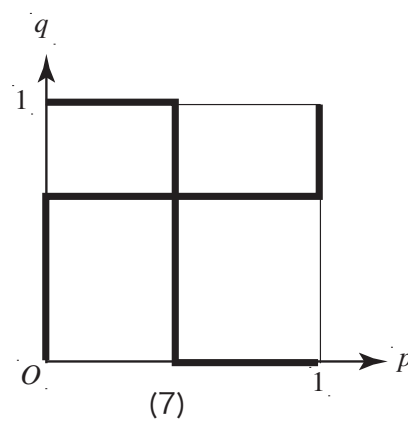
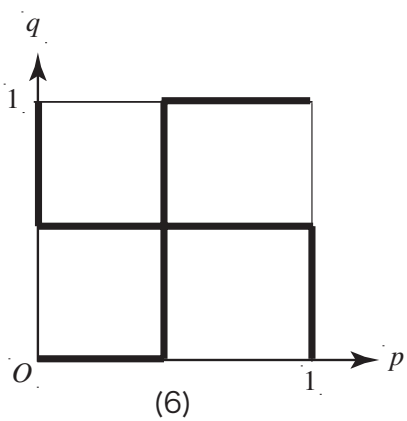
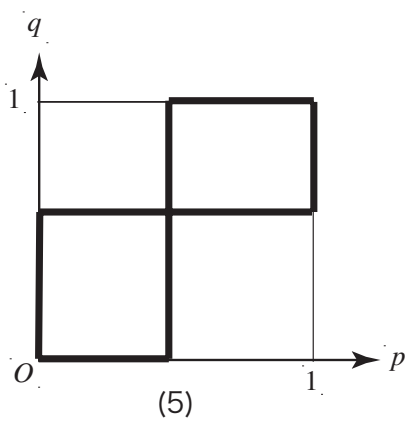
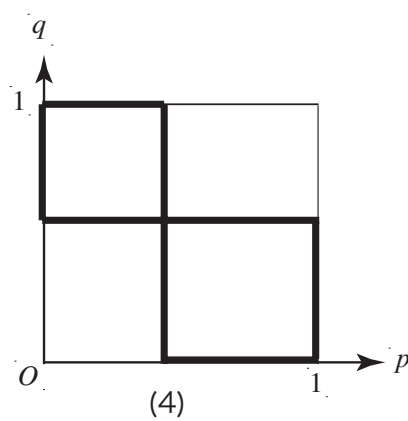
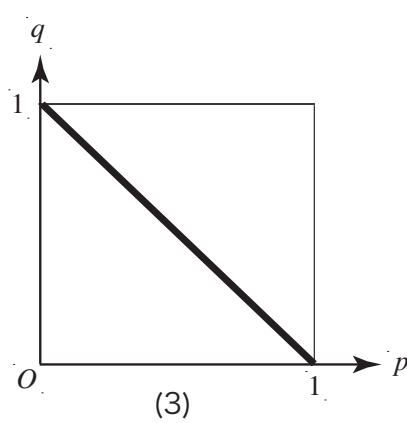
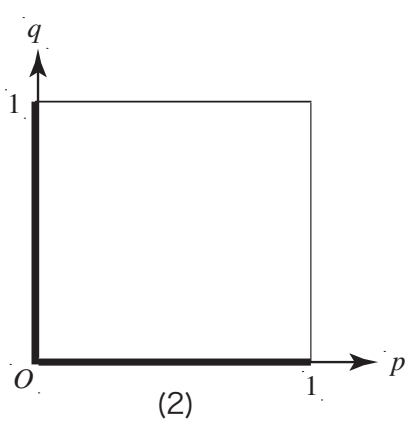
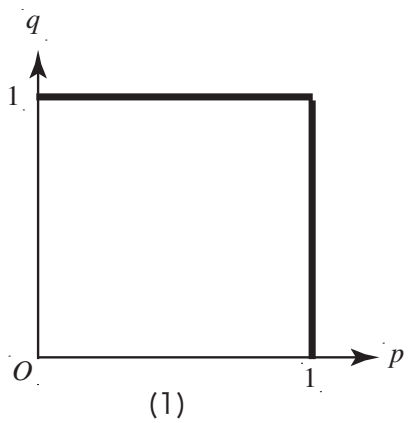
(ケ) ナッシュ均衡

- ① (0, 0) ② (1/3, 2/3) ③ (1/4, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1, 0), (0, 1)
⑦ (0, 0), (1/4, 1/2), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/3, 2/3), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/4, 1/2), (0, 1)

(コ) 反応曲線図

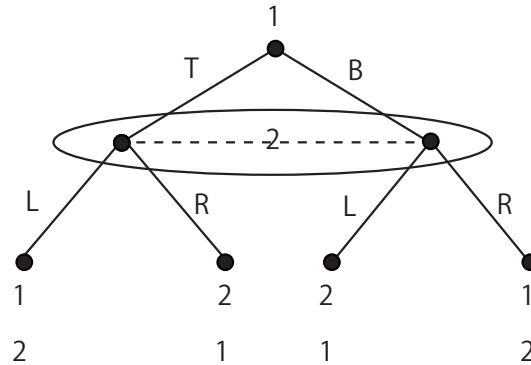
- ① (1) ② (2) ③ (3) ④ (4) ⑤ (5) ⑥ (6) ⑦ (7) ⑧ (8) ⑨ (9)

[反応曲線図の候補]



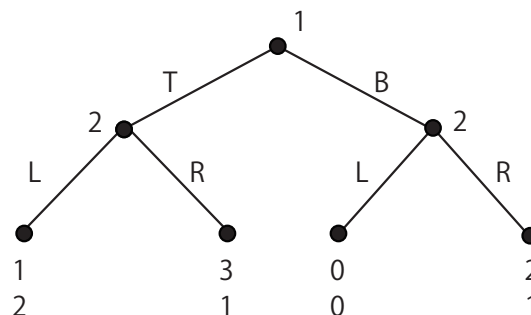
問題3 展開型ゲームに関する以下の設問に答えなさい。ただし、最終節に並んだ数字は、上からプレイヤーの番号順に、それぞれの利得を記述している。

(ア) 次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X，行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。



- ① (T, L) ② (T, R) ③ (B, L) ④ (B, R) ⑤ (T, L), (B, R) ⑥ (T, R), (B, L)
 ⑦ (T, LR) ⑧ (T, RL) ⑨ 存在しない

(イ) 次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X，行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。

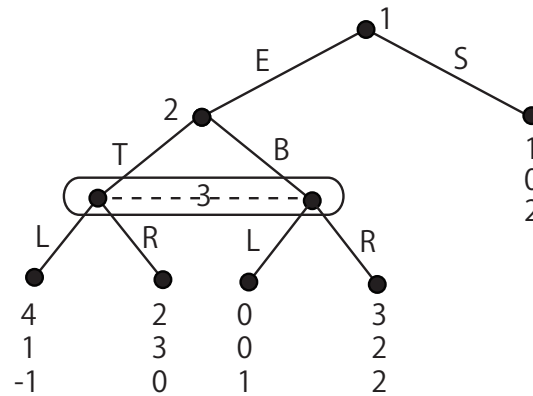


- ① (T, L) ② (B, R) ③ (T, L), (B, R) ④ (T, R), (B, L) ⑤ (T, LL) ⑥ (B, LR)
 ⑦ (T, LL), (B, LR) ⑧ (T, LR), (B, RL) ⑨ (T, LL), (T, LR), (B, LR)

(ウ) (イ) のゲームの純粋戦略における、部分ゲーム完全なナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X，行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。

- ① (T, L) ② (B, R) ③ (T, L), (B, R) ④ (T, R), (B, L) ⑤ (T, LL) ⑥ (B, LR)
 ⑦ (T, LL), (B, LR) ⑧ (T, LR), (B, RL) ⑨ (T, LL), (T, LR), (B, LR)

(エ) 次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡の数として正しいものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。



- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 5 ⑦ 6 ⑧ 7 ⑨ 8

(オ) (エ) のゲームの純粋戦略における，部分ゲーム完全なナッシュ均衡においてプレイヤー 1 が獲得する利得をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 2, 3 ⑦ 2, 4 ⑧ 1, 3 ⑨ 3, 4

問題 4 2 人のプレイヤー ($i = 1, 2$) がそれぞれ g_i 単位ずつ公共財を自発的に供給するゲームを考えよう．公共財の総供給量を $G = g_1 + g_2$ としたとき， i さんが享受する総便益（単位：万円）は

$$B_i = 90G - \frac{1}{2}G^2$$

と与えられている．したがって， i さんの限界便益（単位：万円）は

$$MB_i = 90 - G, \quad i = 1, 2$$

と表される．一方， i さんが公共財を g_i 単位供給するのに要する総費用（単位：万円）は

$$C_i = \frac{(g_i)^2}{2}$$

である．したがって限界費用（単位：万円）は

$$MC_i = g_i$$

となる． i さんは B_i から C_i を差し引いた余剰を最大化するように行動するものとして，以下の設問に答えよ．

(ア) 2 人の余剰の合計を最大にするという意味で社会的に最適な公共財の総供給量は次のどれか．番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① 18 ② 30 ③ 36 ④ 54 ⑤ 60 ⑥ 72 ⑦ 90 ⑧ 120 ⑨ 150

(イ) プレイヤー 1 の供給量が g_1 与えられたとき、プレイヤー 2 の反応関数（最適応答関数）として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\frac{1}{2}(90 - g_1)$ ② $\frac{1}{2}(120 - g_1)$ ③ $\frac{1}{2}(180 - g_1)$ ④ $\frac{1}{2}(90 - g_2)$ ⑤ $\frac{1}{2}(120 - g_2)$
 ⑥ $\frac{1}{2}(180 - g_2)$ ⑦ $\frac{1}{2}(90 - g_1 - g_2)$ ⑧ $\frac{1}{2}(120 - g_1 - g_2)$ ⑨ $\frac{1}{2}(180 - g_1 - g_2)$

(ウ) 2 人のプレイヤーが、相手の供給量を知らずに、自分の供給量を決めるとき、ナッシュ均衡で公共財の総供給量は次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① 18 ② 30 ③ 36 ④ 54 ⑤ 60 ⑥ 72 ⑦ 90 ⑧ 120 ⑨ 150

(エ) プレイヤー 1 が先に供給量 g_1 を決め、それを見た後でプレイヤー 2 が g_2 を決めるとしよう。部分ゲーム完全なナッシュ均衡でプレイヤー 1 が選択する公共財の供給量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① 18 ② 30 ③ 36 ④ 54 ⑤ 60 ⑥ 72 ⑦ 90 ⑧ 120 ⑨ 150

(オ) プレイヤー 1 が先に供給量 g_1 を決め、それを見た後でプレイヤー 2 が g_2 を決めるとしよう。部分ゲーム完全なナッシュ均衡でプレイヤー 2 が選択する公共財の供給量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① 18 ② 30 ③ 36 ④ 54 ⑤ 60 ⑥ 72 ⑦ 90 ⑧ 120 ⑨ 150

問題 5 次の文章を読んで、設問に答えなさい。

プレイヤー 1 と 2 が、次の利得表で表された段階ゲームを無限回繰り返してプレイする。戦略は純粹戦略に限定されている。各プレイヤーは共通の割引因子 δ （ただし $0 < \delta < 1$ ）で各段階ゲームでの利得を評価する。

1 \ 2	L	R
L	1, 1	8, 0
R	0, 8	3, 3

各プレイヤーはトリガー戦略（これを戦略 X と呼ぶ）を用いることによって、均衡経路上では毎回必ず互いに 3 の利得を実現させようとしている。戦略 X では、ゲームの歴史に依存させて、次のようにとるべき行動が指定されている。

- 第 1 回目の段階ゲームおよび過去に互いに行動 R をとり続けてきて迎えた段階ゲームでは、行動（ア）をとる
- 上記以外の段階ゲームでは、行動（イ）をとる

各プレイヤーにとって、相手が戦略 X をとると予想されるとき、1 回目のゲームで戦略 X からの逸脱したときに得られる短期的な利得の増分は（ウ）である。一方、逸脱が判明すれば相手の行動が変化し、2 回目の段階ゲームからは利得が減少してしまう。その結果、逸脱は、現在価値でみて（エ）だけの長期的な損失をさせる。したがって、互いに戦略 X から逸脱するインセンティブがないための必要十分条件は、各プレイヤーが（オ）以上の割引因子を持つことである。

（ア）文中の空欄（ア）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① L ② R

（イ）文中の空欄（イ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① L ② R

（ウ）文中の空欄（ウ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 ⑥ 6 ⑦ 7 ⑧ 8 ⑨ 9

（エ）文中の空欄（エ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $\delta/(1-\delta)$ ② $2\delta/(1-\delta)$ ③ $3\delta/(1-\delta)$ ④ $5\delta/(1-\delta)$
⑤ $1/(1-\delta)$ ⑥ $2/(1-\delta)$ ⑦ $3\delta/(1+\delta)$ ⑧ $5\delta/(1+\delta)$ ⑨ $8\delta/(1-\delta)$

（オ）文中の空欄（オ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $1/2$ ② $1/3$ ③ $2/3$ ④ $1/5$ ⑤ $2/5$ ⑥ $3/5$ ⑦ $1/8$ ⑧ $3/8$ ⑨ 1