

2011 年度 ゲーム理論入門 春学期 期末試験問題
(試験時間 60 分, 持ち込み不可)

問題1 以下の (ア) から (オ) までの標準型ゲームについて, プレイヤー1が戦略Tをとる確率を p , プレイヤー2がLをとる確率を q としたとき, (p, q) で表される混合戦略 (純粹戦略に対応するものも含む) のナッシュ均衡をすべて記述したものを選択肢の中から選び, 番号をマークしなさい。また, 選択肢の中に正しい解答がない場合は⑩をマークしなさい。

(ア)

1 \ 2	L	R
T	3, 3	4, 0
B	4, 0	1, 1

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1,0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

(イ)

1 \ 2	L	R
T	3, 3	0, 2
B	2, 0	1, 1

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1,0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

(ウ)

1 \ 2	L	R
T	3, 3	0, 4
B	4, 0	1, 1

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1,0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

(エ)

1 \ 2	L	R
T	3, 3	2, 4
B	4, 2	1, 1

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1,0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

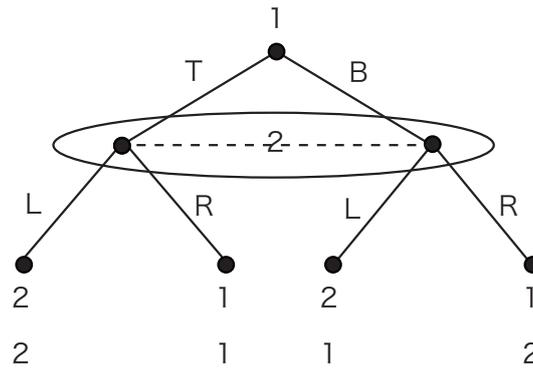
(オ)

1 \ 2	L	R
T	3, 3	2, 2
B	4, 0	1, 1

- ① (0, 0) ② (1/4, 1/4) ③ (1/2, 1/2) ④ (1, 1) ⑤ (0, 0), (1, 1) ⑥ (1, 0), (0, 1)
 ⑦ (0, 0), (1/4, 1/4), (1, 1) ⑧ (0, 0), (1/2, 1/2), (1, 1) ⑨ (1, 0), (1/2, 1/2), (0, 1)

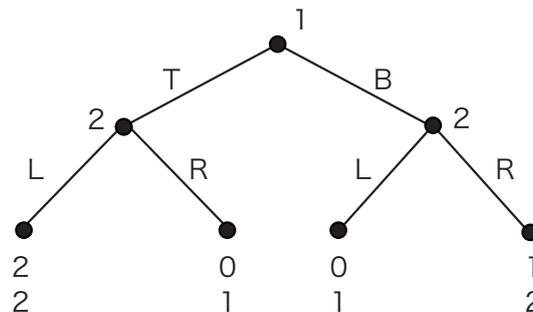
問題2 展開型ゲームに関する以下の設問に答えなさい。ただし、最終節に並んだ数字は、上からプレイヤーの番号順に、それぞれの利得を記述している。

(ア) 次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X，行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。



- ① (T, L) ② (T, R) ③ (B, L) ④ (B, R) ⑤ (T, L), (B, R) ⑥ (T, R), (B, L)
 ⑦ (T, LR) ⑧ (T, RL) ⑨ (B, LR)

(イ) 次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡をすべて記述したものを、選択肢の中から選んで、番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし、XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X，行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。

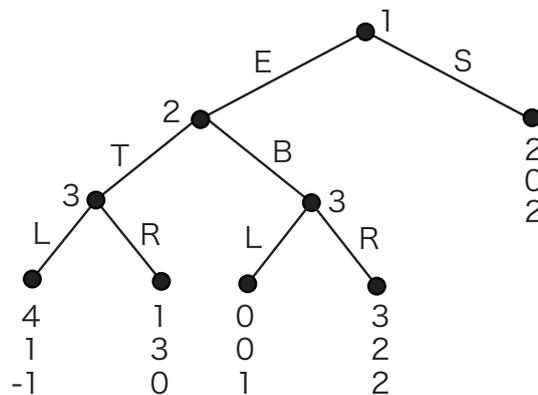


- ① (T, L) ② (B, R) ③ (T, L), (B, R) ④ (T, R), (B, L) ⑤ (T, LR) ⑥ (B, RL)
 ⑦ (T, LR), (B, RR) ⑧ (T, LR), (B, RL) ⑨ (T, LL), (T, LR), (B, RR)

(ウ) (イ) のゲームの純粋戦略における，部分ゲーム完全なナッシュ均衡をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。ただし，XYはプレイヤー1が行動Tをとったときに行動X，行動Bをとったときに行動Yをとる戦略を表している。

- ① (T, L) ② (B, R) ③ (T, L), (B, R) ④ (T, R), (B, L) ⑤ (T, LR) ⑥ (B, RL)
 ⑦ (T, LR), (B, RR) ⑧ (T, LR), (B, RL) ⑨ (T, LR), (T, RR), (B, RR)

(エ) 次のゲームの純粋戦略ナッシュ均衡の数として正しいものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。



- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 5 ⑦ 6 ⑧ 7 ⑨ 8

(オ) (エ) のゲームの純粋戦略における，部分ゲーム完全なナッシュ均衡においてプレイヤー1が獲得する利得をすべて記述したものを，選択肢の中から選んで，番号をマークしなさい。選択肢の中に正解がない場合には⑩をマークしなさい。

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 2, 3 ⑦ 2, 4 ⑧ 1, 3 ⑨ 3, 4

問題3 異なる限界費用を持つ2企業が生産量の競争をしている。企業 $i = 1, 2$ の生産量を q_i としたとき、市場を通じて価格は $P = A - q_1 - q_2$ と決まる。一方、企業 i が生産物を1単位生産するときの限界費用は c_i で一定である。ただし、 A, c_1, c_2 は $A > c_2 > c_1 > 0$ を満たす定数である。以下の設問に答えなさい。

(ア) 企業1の利得(利潤)関数として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑦をマークしなさい。

- ① $(A - q_1 - q_2)(q_1 - c_1)$ ② $(A - q_1 - q_2 - c_1)q_1$ ③ $(A - q_1 - c_1)q_1$ ④ $(A - q_1 - q_2)(q_2 - c_2)$
 ⑤ $(A - q_1 - q_2 - c_2)q_2$ ⑥ $(A - q_2 - c_2)q_2$

(イ) 企業1の反応関数(最適応答関数)として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑦をマークしなさい。

- ① $A - q_1 - c_1$ ② $(A - q_1 - c_1)/2$ ③ $(A - q_1 - c_2)/2$ ④ $A - q_2 - c_1$ ⑤ $(A - q_2 - c_1)/2$
 ⑥ $(A - q_2 - c_2)/2$

(ウ) 2企業がそれぞれ、相手の生産量を知らずに自分の生産量を決めるとしよう。ナッシュ均衡において企業1が生産する生産量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑦をマークしなさい。

- ① $(A - 2c_1 + c_2)/2$ ② $(A - c_1 + 2c_2)/2$ ③ $(A - 2c_1 + c_2)/3$ ④ $(A - 2c_2 + c_1)/2$
 ⑤ $(A - c_2 + 2c_1)/2$ ⑥ $(A - 2c_2 - c_1)/3$

(エ) 企業1が先に生産量を決め、それを見た後で企業2が生産量を決めるとしよう。部分ゲーム完全なナッシュ均衡で企業1が生産する生産量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑦をマークしなさい。

- ① $(A - c_1)/2$ ② $(A - c_2)/4$ ③ $(A - 2c_1 + c_2)/2$ ④ $(A - 2c_2 + c_1)/2$
 ⑤ $(A + 2c_1 - 3c_2)/4$ ⑥ $(A - 3c_1 + 2c_2)/4$

(オ) 企業1が先に生産量を決め、それを見た後で企業2が生産量を決めるとしよう。部分ゲーム完全なナッシュ均衡で企業2が生産する生産量として正しいのは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑦をマークしなさい。

- ① $(A - c_1)/2$ ② $(A - c_2)/4$ ③ $(A - 2c_1 + c_2)/2$ ④ $(A - 2c_2 + c_1)/2$
 ⑤ $(A + 2c_1 - 3c_2)/4$ ⑥ $(A - 3c_1 + 2c_2)/4$

問題4 次の文章を読んで、設問に答えなさい。

2人のプレイヤー1と2が、次の利得表で表された段階ゲームをプレイしている。戦略は純粹戦略に限定されている。段階ゲームを1回だけプレイするとき、ナッシュ均衡でプレイヤー1が獲得する利得は（ア）である。

1 \ 2	L	C	R
T	0, 0	5, 2	-2, 7
M	2, 5	3, 3	-1, 6
B	7, -2	6, -1	1, 1

今、段階ゲームは無限回プレイされる。各プレイヤーはトリガー戦略（これを戦略Xと呼ぶ）を用いることによって、均衡経路上では毎回必ず(M, C)を実現させようとしている。このとき、各プレイヤーは、裏切った段階ゲームで利得を（イ）だけ増やせるが、報復が行われる段階ゲームでは利得が3から（ア）に減少してしまう。このようなトリガー戦略が成功するための必要十分条件は、各プレイヤーが（ウ）以上の割引因子を持つことである。

戦略をもう少し工夫すれば、各プレイヤーはさらに大きな期待利得を得ることも、割引因子によっては可能である。段階ゲームをプレイする前に毎回、歪みのないコインを1つ投げ、表が出れば(T, C)、裏が出れば(M, L)をプレイするルールを想定しよう。表が出たときはプレイヤー1が優遇され、裏が出たときはプレイヤー2が優遇される。このルールを前提にして、各プレイヤーは次のような戦略をとる。

- ゲームの出発点および過去にこのルールからの逸脱がない段階ゲームでは、必ず、このルールにしたがって行動する。
- 裏切りがあったなら、以後の段階ゲームでは、コインの表裏にかかわらず、戦略Xにおけるのと同じ報復を実行する。

この戦略がどちらの裏切りも防止すれば、毎回の段階ゲームの期待利得は3.5だから、戦略Xよりも多くの利得が得られる。

ある段階ゲームの開始前にコインが表を示したとしよう。プレイヤー2は、その段階ゲームでルールから逸脱すれば、最大（エ）だけ利得を増やすことができる。しかし、次の段階ゲーム以降では報復によって期待利得は3.5から（ア）に減少してしまう。この場合、プレイヤー2が裏切らないための必要十分条件は、プレイヤー2が（オ）以上の割引因子を持つことである。表が出たとき冷遇されるプレイヤー2に裏切るインセンティブがなければ、優遇されるプレイヤー1には当然裏切るインセンティブはない。逆に開始前に裏が出た段階ゲームでは、プレイヤー1と2の立場が逆転するだけである。したがって、上記の戦略が裏切りを誘発しないためには、各プレイヤーの割引因子が（オ）以上であることが必要かつ十分といえる。

(1) 文中の空欄（ア）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2 ⑥ 3 ⑦ 5 ⑧ 6 ⑨ 7

(2) 文中の空欄（イ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2 ⑥ 3 ⑦ 5 ⑧ 6 ⑨ 7

(3) 文中の空欄（ウ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $1/2$ ② $1/3$ ③ $2/3$ ④ $1/4$ ⑤ $3/4$ ⑥ $2/5$ ⑦ $3/5$ ⑧ $4/5$ ⑨ 1

(4) 文中の空欄（エ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2 ⑥ 3 ⑦ 5 ⑧ 6 ⑨ 7

(5) 文中の空欄（オ）を埋めるのに適したものは次のどれか。番号をマークしなさい。選択肢に正解がない場合は⑩をマークしなさい。

- ① $1/2$ ② $1/3$ ③ $2/3$ ④ $1/4$ ⑤ $3/4$ ⑥ $2/5$ ⑦ $3/5$ ⑧ $4/5$ ⑨ 1